наполнению разрабатываемых частей электронного учебного пособия. Огромный увеличивающийся из года в год объем информации, используемой при изучении дисциплины “органическая химия”, создает для разработчиков проблему особенно тщательной оптимизации содержания курса и определяет направленность на развитие умений эффективной самостоятельной работы студентов, что является одним из главных предназначений электронного учебного комплекса. Поэтому значительное внимание авторами уделяется контролю качества усвоения учебного материала. Помимо традиционных контрольных и тестовых испытаний авторским коллективом предложен инновационный вид тестовых заданий по синтезу органических соединений, допускающих вариабельность решения. Задания предлагаемого теста представляют собой набор классических синтетических задач вида: “из соединения А получить соединение Х”. В распоряжении тестируемого имеется набор из 20-25 стандартных схем превращений, комбинируя которые можно достичь желаемого результата, определенного заданием, причем ответ может иметь несколько верных вариантов (синтетических схем). Такая структура тестов позволит модульно охватить все разделы органической химии, а также позволит создать комплексные задания, необходимые студентам, например, в ходе подготовки к курсовым и государственным экзаменам. Предлагаемые тестовые задания, по замыслу авторов, должны быть внедрены во все разделы разрабатываемого электронного учебника в качестве закрепляющих материал упражнений и снабжены разветвленной системой комметирующих гиперссылок по предлагаемому пособию и смежному рассматриваемой теме www-пространству.

ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ НА КОМПЬЮТЕРНОМ ПРАКТИКУМЕ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Т.А. Матвеева, Н.Г. Рыжкова

matveeva@umc.ustu.ru

Уральский государственный технический университет - УПИ

г. Екатеринбург

В техническом университете учебный план большинства специальностей содержит линейную алгебру в качестве раздела общего курса высшей математики. В последние годы, в связи с сокращением числа аудиторных часов, отводимых на изучение математики, появилась опасная тенденция к исключению вопросов линейной алгебры из учебных программ по высшей математике. По нашему мнению, это является абсолютно недопустимым, так как роль линейной алгебры в формировании мировоззрения будущего специалиста, его общей математической и методологической культуры весьма значительна. Трудности восприятия этого раздела студентами, на наш взгляд, связаны с недостаточным вниманием к прикладным задачам, решение которых требует привлечения аппарата линейной алгебры.

Традиционно сравнительно подробно рассматриваются задачи решения произвольных систем линейных уравнений. Если эта тема отработана недостаточно хорошо, проблемным, что чаще всего и случается, становится вопрос о собственных значениях и собственных векторах линейных операторов. Последний, в свою очередь, является ключевым для успешного овладения теорией квадратичных форм с геометрическими приложениями, квантовой механикой, теорией групп и другими дисциплинами.

Убеждены, что получение нужного результата возможно только при помощи подключения к учебному процессу компьютерного практикума на базе, например, пакета прикладных программ Mathematica (Wolfram Research, USA).

Проиллюстрируем вышесказанное на классическом примере.

Привести к каноническому виду уравнение поверхности $8y^2+3z^2+6xy+4xz+12yz=-39$, определить тип поверхности и построить ее.

Решение.

Составим матрицу квадратичной формы.

$$A=\begin{pmatrix}0&3&2\\3&8&6\\2&6&3\end{pmatrix}.$$

Без каких бы то ни было трудностей, с помощью пакетной процедуры находим собственные значения соответствующего самосопряженного оператора $\{13,-1,-1\}$.

Следовательно, матрица канонической квадратичной формы имеет вид

$$A_1=\begin{pmatrix}13&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}.$$

Исходное уравнение в новой системе координат O_{XYZ} (после перехода к базису из собственных ортонормированных векторов соответствующего самосопряженного оператора, что, собственно говоря, при такой постановке задачи и не требовалось) выглядит так:

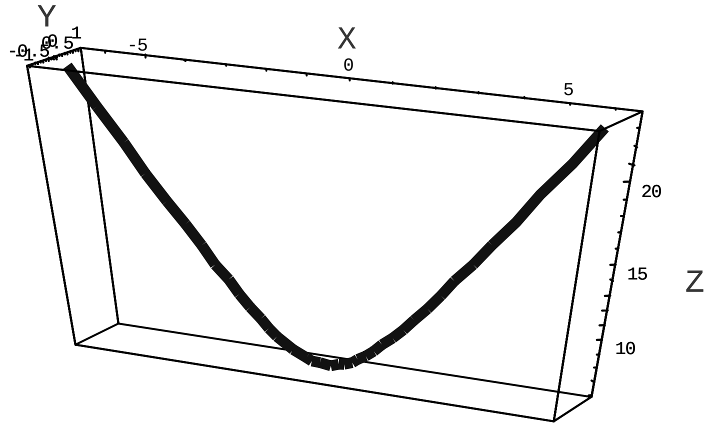
$$Y^2+Z^2-13X^2=39$$

Полученное уравнение является каноническим и определяет однополостный гиперболоид вращения с осью ОХ. Полезно построить его изображение следующим образом.

Начнем с построения гиперболы, являющейся линией пересечения гиперболоида координатной плоскостью $Y=0$. Причем рассмотрим одну ветвь гиперболы для $Z>0$. Эта линия легко параметризуется (удобно для графического изображения, для любых прикладных вычислений) при помощи гиперболических функций и, таким образом, является годографом вектор-функции

$$\vec{r}(t) = \left(\sqrt{\frac{39}{13}}\,\mathrm{sh}\,t, 0, \sqrt{39}\,\mathrm{ch}\,t \right).$$

Построение годографа с помощью простой графической процедуры приводит к понятному результату



Для построения гиперболоида применим операцию поворота гиперболы вокруг оси ОХ.

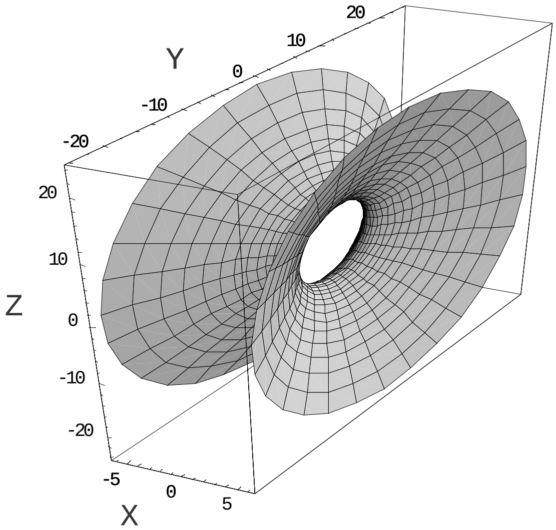
Матрица такого поворота на угол φ выглядит следующим образом:

$$T_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

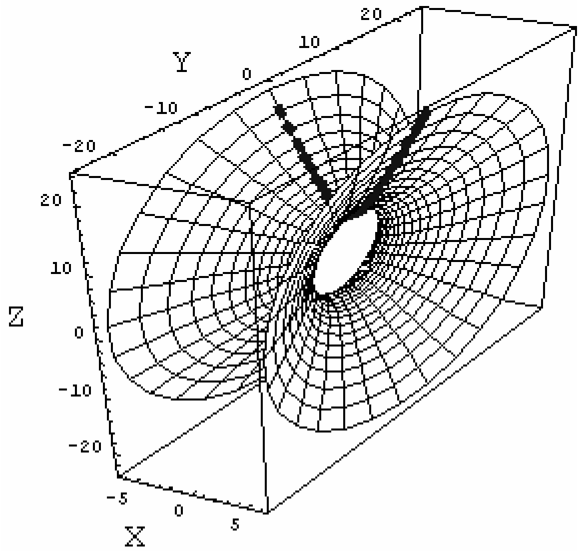
Остается построить требуемый объект, выполнив умножение двух матриц

$$T_x \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{39}{13}}\,\mathrm{sh}\,t \\ 0 \\ \sqrt{39}\,\mathrm{ch}\,t \\ \end{pmatrix}$$

Результат



Интересно совместить два графических объекта на одном шаблоне



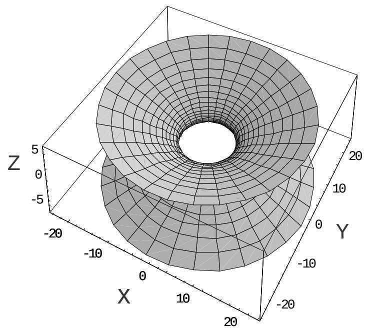
Выходя за рамки поставленной задачи, повернем полученный гиперболоид вокруг оси OY на угол $\frac{\pi}{2}$. Для чего воспользуемся соответствующей матрицей поворота Ty

$$T_y = \begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{2} & 0 & -\sin\frac{\pi}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\frac{\pi}{2} & 0 & \cos\frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$$

и перемножим три матрицы

$$T_y \cdot T_x \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{\dfrac{39}{13}}\,\mathrm{sh}\,t \\ 0 \\ \sqrt{39}\,\mathrm{ch}\,t \end{pmatrix}$$

Результат

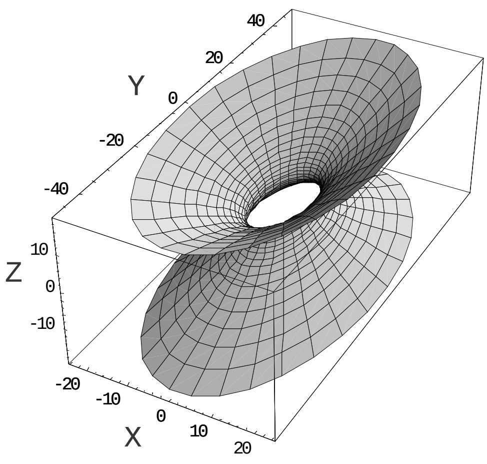


В завершение исказим последнюю фигуру, применяя к ней преобразование деформации с матрицей

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

для чего понадобится перемножить четыре матрицы

$$B \cdot T_y \cdot T_x \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{\dfrac{39}{13}}\,\mathrm{sh}\,t \\ 0 \\ \sqrt{39}\,\mathrm{ch}\,t \end{pmatrix}.$$



Далее посмотрим результат выполненных действий в символьной форме.

$$B \cdot T_y \cdot T_x \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{39}{13}}\,\mathrm{sh}\,t \\ 0 \\ \sqrt{39}\,\mathrm{ch}\,t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{39}\cos\varphi\,\mathrm{ch}\,t \\ -\sqrt{39}\sin\varphi\,\mathrm{ch}\,t \\ 3\sqrt{3}\,\mathrm{sh}\,t \end{pmatrix}.$$

В последнем столбце задано двухпараметрическое множество точек, образующих построенную поверхность. Далее легко записать параметрические уравнения этой поверхности, а затем, исключив параметры, получить уравнение поверхности в декартовых переменных.

$$9x^2 + 9y^2 - 13z^2 = 351.$$

Таким образом, при помощи аппарата линейной алгебры с использованием пакетных процедур выводятся параметрические уравнения различных геометрических объектов от линии до поверхности (в традиционном изложении чаще исследуются и доводятся до изображения готовые уравнения), по которым геометрический объект становится доступным для дальнейшей аналитической работы, например для вычисления интегралов, для моделирования более сложных объектов, легко визуализируется.

Студенты с увлечением занимаются генерированием различных композиций из сложных геометрических объектов, для создания которых нужно обращаться к преобразованиям поворота, отражения, деформации, сдвига. При этом отрабатываются навыки свободного перехода от одной системы координат к другой. Осознанно выбирается наиболее эффективная система для вычисления тех или иных характеристик объекта, то есть формируется особое мышление современного инженера, которому в будущей профессиональной деятельности не обойтись без наукоемких информационных технологий.

ПРИМЕНЕНИЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ СПЛАВОВ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

В.И. Groховский, А.С. Вавилов, М.С. Кузина

E-mail: grokh47@mail.ru

Уральский государственный технический университет - УПИ

г.Екатеринбург

Курс "Материаловедение" является общеобразовательной дисциплиной при подготовке инженеров большинства технических специальностей. Понимание и предсказание процессов формирования микроструктуры сплавов – одна из ключевых проблем материаловедения, т.к. свойства материалов в значительной степени определяются его структурой. В учебную программу курса, как правило, включено домашнее задание по анализу диаграмм состояния (ДС) двойных систем с рисованием эволюции структуры сплавов.